Klasse BVKT1
3. Schulaufgabe aus der Mathematik
am 10.07.2013

Aufgabe 1

Herr K. besitzt einen Gartenteich. Zu seinem Entsetzten stellt er fest, dass in seinem Teich Wasserlinsen zu wuchern beginnen. Als er in den Urlaub fährt, bedecken sie 1,5 m^2 des Teiches; als er zehn Tage später wieder zurück kommt, sind es schon 9,5 m^2.
Führen Sie die folgenden Berechnungen ohne Einheiten durch und runden Sie auf 3 Nachkommastellen.

1.1 Die exponentielle Zunahme der mit Wasserlinsen bedeckten Fläche lässt sich mit Hilfe einer Funktion A mit $A(t) = A_0 \cdot b^t$ beschreiben.
Bestimmen Sie den Funktionsterm und zeichnen Sie den Graphen der Funktion A für $0 \le t \le 10$. [7]
(Zur Kontrolle: b = 1,203)

1.2 Berechnen Sie, nach wie vielen (ganzen) Tagen die Fläche von 7 m^2 überschritten wird. [4]

1.3 Der Funktionsterm lässt sich auch in der Form $A(t) = A_0 \cdot e^{k \cdot t}$ mit $k \in \mathbb{R}$ angeben.
Berechnen Sie k. [3]

1.4 Berechnen Sie mit Hilfe des Graphen aus Aufgabe 1.1 die durchschnittliche Wachstumsrate während der ersten zehn Tage. [3]

1.5 Ermitteln Sie mit Hilfe des Diagramms den Zeitpunkt t*, an dem die momentane Wachstumsrate genau so groß ist wie die in Aufgabe 1.4 berechneten durchschnittlichen Wachstumsrate. [4]

1.6 Unmittelbar nach seiner Rückkehr aus dem Urlaub ergreift Herr K. Maßnahmen, um das Wasserlinsenwachstum einzuschränken. Als Folge davon nimmt die von Wasserlinsen bedeckte Fläche täglich um 15% ab.
Geben Sie den Funktionsterm M(t) an, der die von Wasserlinsen bedeckte Fläche für t > 10 im Diagramm von Aufgabe 1.1 beschreibt. [4]

Aufgabe 2

Berechnen Sie die exakten Lösungen der reellen Gleichung: $\sin\left(\frac{\pi \cdot x}{3} - 4\right) = 0{,}5$ [5]

Aufgabe 3

Ermitteln Sie den Funktionsterm der Form $f(x) = a \cdot \cos(bx + c)$ des Graphen auf dem Beiblatt, wobei a, b und c reelle Koeffizienten sind. Kennzeichnen Sie die entnommenen Größen im Graphen. [3]

Aufgabe 4

Gegeben ist die reelle Funktion p_a mit $p_a(x) = a \cdot (x + 1) \cdot (x - 5)$ mit $a \in \mathbb{R}$ sowie die Funktion $f : x \mapsto \ln(p_a(x))$

4.1 Bestimmen Sie a so, dass der Graph von p_a durch den Punkt P(0|1,25) verläuft
(Zur Kontrolle: a = −0,25) [2]

4.2 Geben Sie für a = −0,25 die maximale Definitionsmenge D_{max} der Funktion f an. Untersuchen Sie das Verhalten an den Rändern von D_{max} und geben Sie die Gleichung aller Asymptoten an. [4]

4.3 Bestimmen Sie für a = − 0,25 die Koordinaten der Schnittpunkte des Graphen von f mit den Koordinatenachsen, sowie seinen Hochpunkt H.
Zeichnen Sie die Graphen der Asymptoten der Funktion f sowie den Graph der Funktion f mit Hilfe der berechneten Punkte [8]

4.4 Untersuchen Sie, für welche Werte von a der Graph der Funktion f keine Nullstellen besitzt. [4]

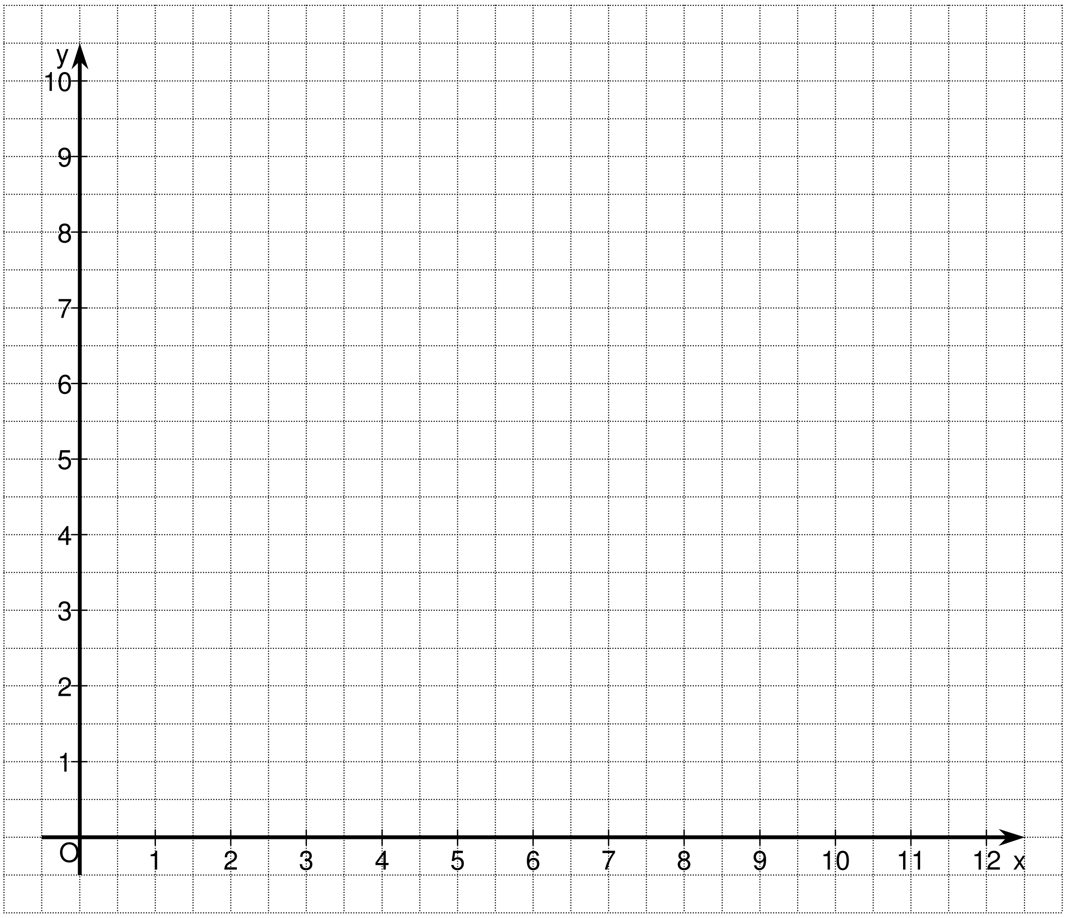
Klasse BVKT1
3. Schulaufgabe aus der Mathematik
am 10.07.2013

NP

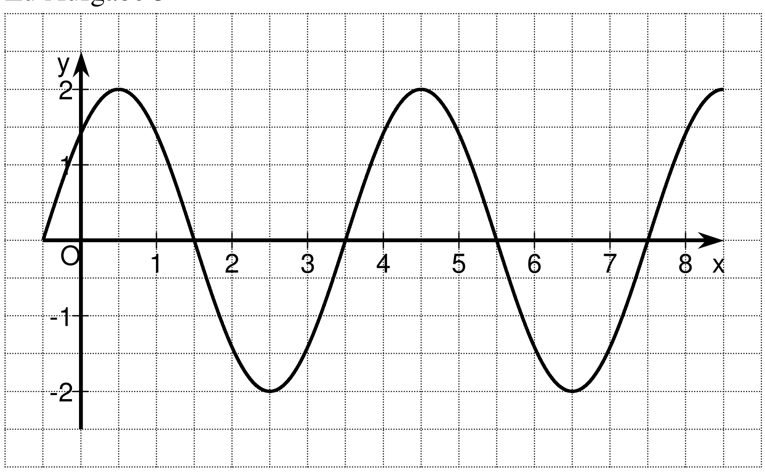
Name: ....

1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	2	3	4.1	4.2	4.3	4.4	Σ

Zu Aufgabe 1



Zu Aufgabe 3



Zu Aufgabe 4